

Analiza kointegracyjna z zaburzeniami struktury na przykładzie modelu handlu zagranicznego Polski

Emilia Gosińska*

Nadesłano: 18 września 2009 r. Zaakceptowano: 17 listopada 2009 r.

Streszczenie

W artykule udowodniono, że występowanie składowych deterministycznych, tj. stałej, trendu oraz ich korekty, w procesie generującym dane implikuje występowanie ich w przestrzeni kointegrującej. Otrzymano model VEqCM ze zmiennymi deterministycznymi, w którym korekty wyrazu wolnego i trendu, reprezentujące zaburzenia struktury, wpływają na właściwości składników losowych z jednookresowym opóźnieniem (ze względu na opóźnienie w wektorach kointegrujących). Wyprowadzony model zastosowano do modelowania handlu zagranicznego Polski. Zidentyfikowano zmienne determinujące polski eksport i import oraz potwierdzono istotny wpływ zmiany reżimu kursowego na polski eksport, a także skutki przystąpienia Polski do Unii Europejskiej zarówno dla eksportu, jak i importu. Obie zmiany strukturalne są reprezentowane przez odpowiednie korekty wyrazu wolnego.

Słowa kluczowe: kointegracja, model VEqCM, zmiany strukturalne, handel zagraniczny

JEL: C51, C32, F4

* Uniwersytet Łódzki, Katedra Modeli i Prognoz Ekonometrycznych; e-mail: emfemj@uni.lodz.pl.

1. Wstęp

Podczas modelowania zjawisk gospodarczych często spotykamy się z zaburzeniami struktury. Zignorowanie ich może prowadzić do błędnej analizy kointegracyjnej. Należy zatem rozszerzyć standardowy model VEqCM o zmienne, które charakteryzują te zaburzenia. W prezentowanym podejściu zmiany strukturalne są reprezentowane przez korekty zmiennych deterministycznych, tj. stałą oraz trend (por. Johansen, Mosconi, Nielsen 2000, Saikkonen, Lütkepohl, Trenkler 2006). Z procesu generującego dane wyprowadzono model VEqCM z wieloma korektami wyrazu wolnego oraz parametru przy trendzie liniowym. Otrzymany model wykorzystano do modelowania handlu zagranicznego Polski, ze względu na niestacjonarność zmiennych oraz możliwość wystąpienia zaburzeń struktury na skutek zmiany reżimu kursowego w II kwartale 2000 r. oraz przystąpienia Polski do Unii Europejskiej w II kwartale 2004 r.

2. Model VEqCM ze zmiennymi deterministycznymi

Założmy, że proces generujący dane (*data generating process*, DGP) $\mathbf{v}_{(m)t} = [v_{1t} \dots v_{Mt}]$ jest M-wymiarowym szeregiem czasowym, który zawiera składową stochastyczną i deterministyczną (por. Saikkonen, Lütkepohl, Trenkler 2004):

$$\mathbf{v}_{(m)t} = \mathbf{y}_{(m)t} + \mathbf{d}_{(z)t} \mathbf{H} \quad (1)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{(m)t} &= [v_{1t} \dots v_{Mt}] && \text{– wektor } M \text{ zmiennych,} \\ \mathbf{y}_{(m)t} &= [y_{1t} \dots y_{Mt}] && \text{– wektor } M \text{ zmiennych zintegrowanych w stopniu pierwszym, o wymiarach} \\ &&& \text{ } 1 \times M, \\ \mathbf{d}_{(z)t} &= [d_{1t} \dots d_{Zt}] && \text{– wektor } Z \text{ zmiennych deterministycznych, o wymiarach } 1 \times Z, \end{aligned}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1(m)} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ \mathbf{h}_{z(m)} \end{bmatrix} \quad \text{– macierz o wymiarach } Z \times M \text{ parametrów związanych ze zmiennymi deterministycznymi,}$$

$$\mathbf{h}_{z(m)} = [h_{z1} \dots h_{zM}]$$

$$m = 1, \dots, M, \quad z = 1, \dots, Z$$

Lista zmiennych deterministycznych ogranicza się najczęściej do wyrazu wolnego i trendu liniowego, a występowanie zmian strukturalnych jest uwzględniane za pomocą korekt odpowiednich parametrów. W takim przypadku, $\mathbf{d}_{(z)t} = [1 : t : \mathbf{u}_{1(W)t} : t\mathbf{u}_{2(W)t}]$, a wektory $\mathbf{u}_{1(W)t}$ oraz $\mathbf{u}_{2(W)t}$, o wymiarach $1 \times W$, składają się ze zmiennych zerojedynkowych. Założmy zatem, że $\mathbf{v}_{(m)t}$ jest generowane przez proces ze stałą, trendem liniowym, korektą wyrazu wolnego oraz korektą parametru przy trendzie w jednym tylko okresie κ :

$$\mathbf{v}_{(m)t} = \mathbf{y}_{(m)t} + \mathbf{h}_{1(m)} + t\mathbf{h}_{2(m)} + \mathbf{u}_t \mathbf{h}_{3(m)} + t\mathbf{u}_t \mathbf{h}_{4(m)} \quad (2)$$

gdzie:

$$u_t = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \geq \kappa \\ 0 & \text{dla } t < \kappa \end{cases}$$

Mnożąc prawostronnie powyższe równanie przez $\mathbf{\Pi}(L)$, gdzie $\mathbf{\Pi}(L) = \mathbf{I} - L\mathbf{\Pi}_1 - L^2\mathbf{\Pi}_2 + \dots - L^S\mathbf{\Pi}_S$, a $\mathbf{\Pi}_s$ ($s = 1, \dots, S$) oznaczają macierze parametrów o wymiarach $M \times M$, otrzymujemy (por. Saikkonen, Lütkepohl, Trenkler 2006):

$$\mathbf{v}_{(m)t}\mathbf{\Pi}(L) = \mathbf{y}_{(m)t}\mathbf{\Pi}(L) + \mathbf{h}_{1(m)}\mathbf{\Pi}(L) + t\mathbf{h}_{2(m)}\mathbf{\Pi}(L) + u_t\mathbf{h}_{3(m)}\mathbf{\Pi}(L) + tu_t\mathbf{h}_{4(m)}\mathbf{\Pi}(L) \quad (3)$$

Załóżmy, że rząd skointegrowania zmiennych $\mathbf{y}_{(m)t}$ wynosi R , $R \in (0, M)$. Wówczas dla modelu VAR $\mathbf{v}_{(m)t}\mathbf{\Pi}(L) = \xi_{(m)t}$, gdzie $\xi_{(m)t} = [\xi_{1t} \dots \xi_{Mt}]$ jest wektorem białoszumowych składników losowych o wymiarach $1 \times M$, istnieje postać VEqCM (por. Johansen 1995, Welfe 2000):

$$\Delta \mathbf{v}_{(m)t} = \mathbf{v}_{(m)t-1}\mathbf{\Pi} + \sum_{s=1}^{S-1} \Delta \mathbf{v}_{(m)t-s} \mathbf{\Gamma}_s + \xi_{(m)t} \quad (4)$$

gdzie:

$$\mathbf{\Pi} = \sum_{s=1}^S \mathbf{\Pi}_s - \mathbf{I}$$

$$\mathbf{\Gamma}_i = - \sum_{s=i+1}^S \mathbf{\Pi}_s = -(\mathbf{\Pi}_{i+1} + \mathbf{\Pi}_{i+2} + \dots + \mathbf{\Pi}_S)$$

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{B}\mathbf{A}^T$$

\mathbf{B} – macierz wektorów kointegrujących, o wymiarach $M \times R$,

\mathbf{A} – macierz wag dla poszczególnych relacji kointegrujących, o wymiarach $M \times R$.

Analogicznie reprezentację VAR dla $\mathbf{y}_{(m)t}$ można zapisać następująco:

$$\mathbf{y}_{(m)t}\mathbf{\Pi}(L) = \xi_{(m)t} \quad (5)$$

Dwa pierwsze składniki deterministyczne występujące po prawej stronie równania (3) równają się odpowiednio:

$$\mathbf{h}_{1(m)}\mathbf{\Pi}(L) = \mathbf{h}_{1(m)}(\mathbf{I} - L\mathbf{\Pi}_1 - L^2\mathbf{\Pi}_2 - \dots - L^S\mathbf{\Pi}_S) = -\mathbf{h}_{1(m)}\mathbf{B}\mathbf{A}^T \quad (6)$$

$$\begin{aligned} t\mathbf{h}_{2(m)}\mathbf{\Pi}(L) &= \mathbf{h}_{2(m)}[t\mathbf{I} - (t-1)\mathbf{\Pi}_1 - (t-2)\mathbf{\Pi}_2 - (t-3)\mathbf{\Pi}_3 - \dots - (t-S)\mathbf{\Pi}_S] = \\ &= \mathbf{h}_{2(m)}[(t-1)\mathbf{I} - (t-1)\mathbf{\Pi}_1 - (t-1)\mathbf{\Pi}_2 - (t-1)\mathbf{\Pi}_3 - \dots - (t-1)\mathbf{\Pi}_S + \\ &\quad + \mathbf{I} + \mathbf{\Pi}_2 + 2\mathbf{\Pi}_3 + \dots + (S-1)\mathbf{\Pi}_S] = (t-1)\mathbf{h}_{2(m)}(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{\Pi}_2 - \mathbf{\Pi}_3 - \dots - \mathbf{\Pi}_S) \\ &\quad + \mathbf{h}_{2(m)}[\mathbf{I} + \mathbf{\Pi}_2 + 2\mathbf{\Pi}_3 + \dots + (S-1)\mathbf{\Pi}_S] = -(t-1)\mathbf{h}_{2(m)}\mathbf{B}\mathbf{A}^T + \mathbf{h}_{2(m)}\mathbf{\Psi} \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie:

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{I} - \sum_{s=1}^{S-1} \mathbf{\Gamma}_s = \mathbf{I} + \sum_{s=1}^{S-1} s\mathbf{\Pi}_{s+1}$$

Trzeci składnik można przekształcić następująco:

$$\begin{aligned}
u_t \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}(L) &= u_t \mathbf{h}_{3(m)} - u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_1 - u_{t-2} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_2 - u_{t-3} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_3 - \dots - u_{t-S} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_S = \\
&= u_t \mathbf{h}_{3(m)} - u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} + u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} - u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_1 - u_{t-2} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_2 + \\
&\quad + u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_2 - u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_2 - u_{t-3} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_3 - \dots - u_{t-S} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_S = \\
&= \Delta u_t \mathbf{h}_{3(m)} + u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{\Pi}_2) + \Delta u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_2 - u_{t-3} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_3 - \dots - u_{t-S} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_S = \\
&= u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{\Pi}_2 - \dots - \mathbf{\Pi}_S) + \Delta u_t \mathbf{h}_{3(m)} + \Delta u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_2 + u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} (\mathbf{\Pi}_3 + \dots + \mathbf{\Pi}_S) + \\
&\quad - u_{t-3} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_3 - \dots - u_{t-S} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_S
\end{aligned}$$

Dodając i odejmując kolejno składniki $u_{t-2} \mathbf{h}_{3(m)} (\mathbf{\Pi}_3 + \dots + \mathbf{\Pi}_S)$, $u_{t-3} \mathbf{h}_{3(m)} (\mathbf{\Pi}_4 + \dots + \mathbf{\Pi}_S)$, ..., $u_{t-S+1} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}_S$, ostatecznie można zapisać:

$$u_t \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Pi}(L) = -u_{t-1} \mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{B} \mathbf{A}^T + \Delta u_t \mathbf{h}_{3(m)} + \sum_{s=1}^{S-1} \Delta u_{t-s} \mathbf{h}_{3(m)} (-\mathbf{\Gamma}_s) \quad (8)$$

Wykonanie przekształceń analogicznych do powyższych pozwala przedstawić ostatni składnik w postaci:

$$\begin{aligned}
tu_t \mathbf{h}_{4(m)} \mathbf{\Pi}(L) &= -(t-1)u_{t-1} \mathbf{h}_{4(m)} \mathbf{B} \mathbf{A}^T + [tu_t - (t-1)u_{t-1}] \mathbf{h}_{4(m)} + \\
&\quad + \sum_{s=1}^{S-1} [(t-s)u_{t-s} - (t-s-1)u_{t-s-1}] \mathbf{h}_{4(m)} (-\mathbf{\Gamma}_s) = \\
&= -(t-1)u_{t-1} \mathbf{h}_{4(m)} \mathbf{B} \mathbf{A}^T + [t\Delta u_t + u_{t-1}] \mathbf{h}_{4(m)} + \\
&\quad + \sum_{s=1}^{S-1} [(t-s)\Delta u_{t-s} + u_{t-s-1}] \mathbf{h}_{4(m)} (-\mathbf{\Gamma}_s)
\end{aligned} \quad (9)$$

Po podstawieniu wzorów (4)–(9) do (3) otrzymujemy reprezentację VEqCM dla modelu ze stałą, trendem liniowym, korektą wyrazu wolnego oraz korektą parametru przy zmiennej czasowej (por. prostszy przypadek rozważany przez Saikkonen, Lütkepohla, Trenklera (2004)):

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{v}_{(m)t} &= [\mathbf{v}_{(m)t-1} \mathbf{B} + \mathbf{g}_{1(r)} + (t-1)\mathbf{g}_{2(r)} + u_{t-1} \mathbf{g}_{3(r)} + (t-1)u_{t-1} \mathbf{g}_{4(r)}] \mathbf{A}^T + \\
&\quad + \sum_{s=1}^{S-1} \Delta \mathbf{v}_{(m)t-s} \mathbf{\Gamma}_s + \mathbf{f}_{2(m)} + \sum_{s=0}^{S-1} \Delta u_{t-s} \mathbf{f}_{3(m)}^s + \sum_{s=0}^{S-1} [(t-s)\Delta u_{t-s} + u_{t-s-1}] \mathbf{f}_{4(m)}^s + \xi_{(m)t}
\end{aligned}$$

dla $t = S + 1, S + 2$

gdzie:

$$\mathbf{g}_{1(r)} = -\mathbf{h}_{1(m)} \mathbf{B}, \mathbf{g}_{2(r)} = -\mathbf{h}_{2(m)} \mathbf{B}, \mathbf{g}_{3(r)} = -\mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{B}, \mathbf{g}_{4(r)} = -\mathbf{h}_{4(m)} \mathbf{B}$$

$$\mathbf{f}_{2(m)} = \mathbf{h}_{2(m)} - \mathbf{h}_{2(m)} \sum_{s=1}^{S-1} \mathbf{\Gamma}_s = \mathbf{h}_{2(m)} \mathbf{\Psi}$$

$$\mathbf{f}_{3(m)}^s = \begin{cases} \mathbf{h}_{3(m)} & \text{dla } s = 0 \\ -\mathbf{h}_{3(m)} \mathbf{\Gamma}_s & \text{dla } s = 1, \dots, S-1 \end{cases}$$

$$\mathbf{f}_{4(m)}^s = \begin{cases} \mathbf{h}_{4(m)} & \text{dla } s = 0 \\ -\mathbf{h}_{4(m)} \mathbf{\Gamma}_s & \text{dla } s = 1, \dots, S-1 \end{cases}$$

Zdefiniowanie macierzy:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(r)} \\ \mathbf{g}_{2(r)} \\ \mathbf{g}_{3(r)} \\ \mathbf{g}_{4(r)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{d}_{(z)t-1} = \begin{bmatrix} 1 \\ t-1 \\ u_{t-1} \\ (t-1)u_{t-1} \end{bmatrix}^T \quad \Delta \mathbf{d}_{(z)t-s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \Delta u_{t-s} \\ (t-s)\Delta u_{t-s} + u_{t-s-1} \end{bmatrix}^T$$

oraz

$$\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{1(m)} \\ \mathbf{f}_{2(m)} \\ \mathbf{f}_{3(m)}^s \\ \mathbf{f}_{4(m)}^s \end{bmatrix}$$

gdzie $\mathbf{f}_{1(m)}$ jest dowolnym wektorem $1 \times M$, pozwala zapisać (10) w następującej postaci:

$$\Delta \mathbf{v}_{(m)t} = \mathbf{v}_{(n)t-1}^* \mathbf{B}^* \mathbf{A}^T + \sum_{s=1}^{S-1} \Delta \mathbf{v}_{(m)t-s} \mathbf{\Gamma}_s + \sum_{s=0}^{S-1} \Delta \mathbf{d}_{(z)t-s} \mathbf{F}_s + \xi_{(m)t} \quad (11)$$

gdzie:

$\mathbf{v}_{(n)t-1}^* = [\mathbf{v}_{(m)t-1} \ : \ \mathbf{d}_{(z)t-1}]$ – wektor zmiennych stochastycznych i deterministycznych o wymiarach $1 \times N$, $N=M+Z$,

$\mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \dots \\ \mathbf{G} \end{bmatrix}$ – macierz wektorów kointegrujących, o wymiarach $N \times R$,

\mathbf{G} – macierz parametrów związanych ze zmiennymi deterministycznymi w relacjach kointegrujących, o wymiarach $Z \times R$,

\mathbf{F}_s – macierze parametrów związanych ze zmiennymi deterministycznymi poza przestrzenią kointegrującą, o wymiarach $Z \times M$,

$n = 1, \dots, N$.

Założmy następnie, że w modelu występuje W_1 korekt wyrazu wolnego oraz W_2 korekt parametru przy zmiennej czasowej. Wówczas DGP ma następującą postać:

$$\mathbf{v}_{(m)t} = \mathbf{y}_{(m)t} + \mathbf{h}_{1(m)} + t\mathbf{h}_{2(m)} + \mathbf{u}_{1(W_1)t} \mathbf{H}_3 + t\mathbf{u}_{2(W_2)t} \mathbf{H}_4 \quad (12)$$

gdzie:

$$\mathbf{u}_{1(W_1)t} = \begin{bmatrix} u_{11t} \\ u_{12t} \\ \vdots \\ u_{1W_1t} \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{u}_{2(W_2)t} = \begin{bmatrix} u_{21t} \\ u_{22t} \\ \vdots \\ u_{2W_2t} \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{H}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{31(m)} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ \mathbf{h}_{3W_1(m)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{41(m)} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ \mathbf{h}_{4W_2(m)} \end{bmatrix}$$

Po analogicznych przekształceniach jak w przypadku jednej zmiany strukturalnej otrzymujemy następujący model VEqCM:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{v}_{(m)t} = & [\mathbf{v}_{(m)t-1} \mathbf{B} + \mathbf{g}_{1(r)} + (t-1)\mathbf{g}_{2(r)} + \mathbf{u}_{1,t-1} \mathbf{G}_3 + (t-1)\mathbf{u}_{2,t-1} \mathbf{G}_4] \mathbf{A}^T + \\ & + \sum_{s=1}^{S-1} \Delta \mathbf{v}_{(m)t-s} \mathbf{\Gamma}_s + \mathbf{f}_{2(m)} + \sum_{s=0}^{S-1} \Delta \mathbf{u}_{1,t-s} \mathbf{F}_3^s + \sum_{s=0}^{S-1} [(t-s)\Delta \mathbf{u}_{2,t-s} + \mathbf{u}_{2,t-s-1}] \mathbf{F}_4^s + \xi_{(m)t} \end{aligned} \quad (13)$$

dla $t = S + 1, S + 2,$

gdzie:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_3 &= \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{31(r)} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ \mathbf{g}_{3W_1(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{h}_{31(m)} \mathbf{B} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ -\mathbf{h}_{3W_1(m)} \mathbf{B} \end{bmatrix} & \mathbf{G}_4 &= \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{41(r)} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ \mathbf{g}_{4W_2(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{h}_{41(m)} \mathbf{B} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ -\mathbf{h}_{4W_2(m)} \mathbf{B} \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_3^s &= \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{31(m)}^s \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ \mathbf{f}_{3W_1(m)}^s \end{bmatrix} & \mathbf{f}_{3i(m)}^s &= \begin{cases} \mathbf{h}_{3i(m)} & \text{dla } s = 0 \\ -\mathbf{h}_{3i(m)} \mathbf{\Gamma}_s & \text{dla } s = 1, \dots, S-1 \end{cases} & i = 1, 2, \dots, W_1 \\ \mathbf{F}_4^s &= \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{41(m)}^s \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ \mathbf{f}_{4W_2(m)}^s \end{bmatrix} & \mathbf{f}_{4j(m)}^s &= \begin{cases} \mathbf{h}_{4j(m)} & \text{dla } s = 0 \\ -\mathbf{h}_{4j(m)} \mathbf{\Gamma}_s & \text{dla } s = 1, \dots, S-1 \end{cases} & j = 1, 2, \dots, W_2 \end{aligned}$$

Pozostałe parametry się nie zmieniają.

Z powyższych wyprowadzeń wynika, że występowanie zmiennych deterministycznych w DGP implikuje występowanie tych zmiennych również w przestrzeni kointegrującej. Ponadto jeśli korekta wyrazu wolnego (trendu) wystąpiła w DGP w okresie κ , to wpływa ona na właściwości składników losowych w modelu VEqCM z jednookresowym opóźnieniem (ze względu na opóźnienie w wektorach kointegrujących).

3. Model handlu zagranicznego

Przedstawiony model zastosowano do analizy handlu zagranicznego dla Polski. Dominują dwa modele handlu zagranicznego: niedoskonałych i doskonałych substytutów (por. Goldstein, Khan 1985). Model niedoskonałych substytutów zakłada, że ani import, ani eksport nie mogą być doskonałymi substytutami dóbr krajowych. W modelu doskonałych substytutów dany kraj może być tylko eksporterem albo tylko importerem danego dobra, a rynek jest wypełniony całkowicie dobrami krajowymi lub dobrami zagranicznymi, pod warunkiem stałych kosztów produkcji tych dóbr (por. Goldstein, Khan 1985). W rzeczywistości doskonała substytucja jest ograniczona, a zatem szersze

zastosowanie ma pierwszy z modeli. W takim przypadku kraje są zarówno eksporterami, jak i importerami towarów oraz występuje brak doskonałej substytucyjności dóbr importowanych (eksportowanych) i dóbr występujących na rynku krajowym. Obroty handlu powinny być modelowane w obrębie odpowiednich grup towarów, np. według klasyfikacji SITC.

Eksport wyrobów z grupy k z danego kraju, na który reszta świata zgłasza popyt, zależy od popytu zagranicy na wyroby z grupy k , a także od relacji cen artykułów z grupy k eksportowanych przez dany kraj do cen odpowiednich artykułów z krajów konkurentów lub cen wewnętrznych krajów odbiorców. Agregując kraje odbiorców i konkurentów, ceny te można zastąpić cenami światowymi. Jeśli założymy, że udział globalnego popytu zagranicy kierowanego do danego kraju jest stały, a elastyczności dochodowe popytu na eksport z analizowanego kraju i z krajów trzeciego świata są takie same dla reszty świata, to funkcję popytu na eksport można zapisać następująco (por. Welfe, Welfe 2004):

$$E_{kt} = f_e(MW_{kt}, \frac{PE_{kt}}{EUR_t PEW_{kt}}) \quad (14)$$

gdzie:

- E_{kt} – eksport wyrobów grupy k danego kraju,
- MW_{kt} – import światowy w k -tej grupie towarowej,
- PE_{kt} – deflator eksportu w walucie danego kraju dla grupy towarów k ,
- PEW_{kt} – deflator cen światowych wyrażonych w euro dla grupy towarów k ,
- EUR_t – kurs euro w walucie danego kraju.

Ograniczona dostępność danych dotyczących importu w grupach towarowych oraz założenie, że struktura importu jest stała w czasie, pozwalają na zastąpienie importu w danej grupie towarowej przez import ogółem lub aproksymującą go wielkością – eksport całego świata (ES_t) (por. Welfe, Welfe 2004):

$$E_t = f_e(ES_t, \frac{PE_t}{EUR_t PEW_t}) \quad (15)$$

Popyt na import wyrobów z grupy k zgłaszany przez dany kraj zależy od popytu wewnętrznego danego kraju na wyroby z grupy k , który może być wyrażony przez odpowiedni miernik aktywności gospodarczej, a także od relacji cen importu do cen krajowych dla grupy towarów k . Przy założeniu stałej importochłonności mamy (por. Welfe, Welfe 2004):

$$M_{kt} = f_m(AKT_{kt}, \frac{PM_{kt}}{PAKT_{kt}}) \quad (16)$$

gdzie:

- M_{kt} – import danego kraju w grupie towarów k ,
- AKT_{kt} – miernik aktywności gospodarczej kraju importującego dla grupy towarów k ,
- PM_{kt} – deflator importu w walucie danego kraju w grupie towarowej k ,
- $PAKT_{kt}$ – deflator dla danej aktywności gospodarczej w grupie towarowej k .

Przybliżeniem krajowego miernika aktywności gospodarczej jest produkcja sprzedana przemysłu (SQ_t). $PAKT_t$ można w konsekwencji zastąpić wskaźnikiem cen produkcji sprzedanej przemysłu (PPI_t). Bez podziału na grupy towarowe i po odpowiednich uproszczeniach otrzymujemy:

$$M_t = f_m(SQ_t, \frac{PM_t}{PPI_t}) \quad (17)$$

Rozważmy przykład kraju, który uczestniczy w wymianie handlowej głównie z Unią Europejską. W takim przypadku poziom cen światowych może być przybliżony przez wskaźnik PPI w Unii Europejskiej. Ceny relatywne zarówno w równaniu eksportu, jak i równaniu importu można przedstawić jako relację indeksu PPI w Unii Europejskiej (PPI_t^*), wyrażonego w walucie danego kraju, do indeksu PPI w analizowanym kraju. Wówczas:

$$E_t = f_e(ES_t, \frac{EUR_t PPI_t^*}{PPI_t}) \quad (18)$$

$$M_t = f_m(SQ_t, \frac{EUR_t PPI_t^*}{PPI_t}) \quad (19)$$

W przypadku Polski w latach 1995–2007 nastąpiło wiele zmian w strukturze handlu zagranicznego, m.in. liberalizacja handlu (zniesienie ceł na większość importowanych i eksportowanych towarów), wzrost znaczenia wymiany międzynarodowej, wzrost obrotów wymiany wewnętrzzależowej (por. Misala 2003; Mroczek, Rubaszek 2003). W rozważanym okresie nastąpił ponadtrzykrotny wzrost polskiego eksportu, co wiązało się z przystąpieniem Polski do Unii Europejskiej oraz z wyraźną poprawą jakości towarów produkowanych w Polsce. Z powodu trudności ze znalezieniem zmiennej, która mierzy jakość, wprowadzono do modelu zmienną będącą różnicą pomiędzy wydajnością pracy w Unii Europejskiej (ZEU_t) a wydajnością pracy w Polsce ($ZPOL_t$) (por. wykres 6). Wówczas:

$$e_t = f_e(es_t, rer_t, z_t) \quad (20)$$

$$m_t = f_m(sq_t, rer_t, z_t) \quad (21)$$

gdzie: $rer_t = \ln(\frac{EUR_t PPI_t^*}{PPI_t})$, $z_t = \ln(ZEU_t) - \ln(ZPOL_t)$

małe litery oznaczają logarytmy.

W analizowanym okresie nastąpił szybszy wzrost wydajności pracy w Polsce niż w Unii Europejskiej. Ponadto Polska doświadczyła szybkiej ewolucji systemu kursowego od sztywnego kursu złotego w stosunku do walut światowych do kursu całkowicie płynnego. Płynny system kursu walutowego wprowadzono 12 kwietnia 2000 r., a zatem lata 1995–2007 obejmują dwa różne reżimy kursowe: *crawling bend* oraz okres płynnego kursu walutowego (por. Welfe, Karp, Kęłowski 2006).

Należy założyć, że elastyczności popytowe zarówno w równaniu eksportu, jak i importu są dodatnie ($f_{e1}, f_{m1} > 0$). Wpływ zmiennej charakteryzującej stosunek cen zagranicznych do cen krajowych jest dodatni w równaniu eksportu oraz ujemny w równaniu importu ($f_{e2} > 0, f_{m2} < 0$). Wzrost cen zagranicy w stosunku do cen krajowych powoduje zatem większą konkurencyjność krajowego eksportu oraz mniejszą konkurencyjność importu z zagranicy. Z kolei wpływ zmiennej charakteryzującej różnicę pomiędzy wydajnością pracy w Unii Europejskiej a wydajnością pracy w Polsce jest ujemny w równaniu eksportu oraz dodatni w równaniu importu ($f_{e3} < 0, f_{m3} > 0$).

Model handlu zagranicznego dla Polski zbudowano wykorzystując równania (20)–(21). System zmiennych jest zatem następujący: $m_p, e_p, sq_p, es_p, rer_p, z_p$ (por. wykresy 1–6). Ze względu na niestacjonarność powyższych zmiennych wykorzystano model (13) oraz założono występowanie dwóch zmian strukturalnych: w II kwartale 2000 r. (zmiana reżimu kursowego) oraz w II kwartale 2004 r. (przystąpienie Polski do Unii Europejskiej). Do modelu wprowadzono zatem dwie zmienne zero-jedynkowe:

$$u_{1t} = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \geq 2000:02 \\ 0 & \text{dla } t < 2000:02 \end{cases} \quad \text{– charakteryzującą zmianę reżimu kursowego oraz}$$

$$u_{2t} = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \geq 2004:02 \\ 0 & \text{dla } t < 2004:02 \end{cases} \quad \text{– charakteryzującą przystąpienie Polski do Unii Europejskiej.}$$

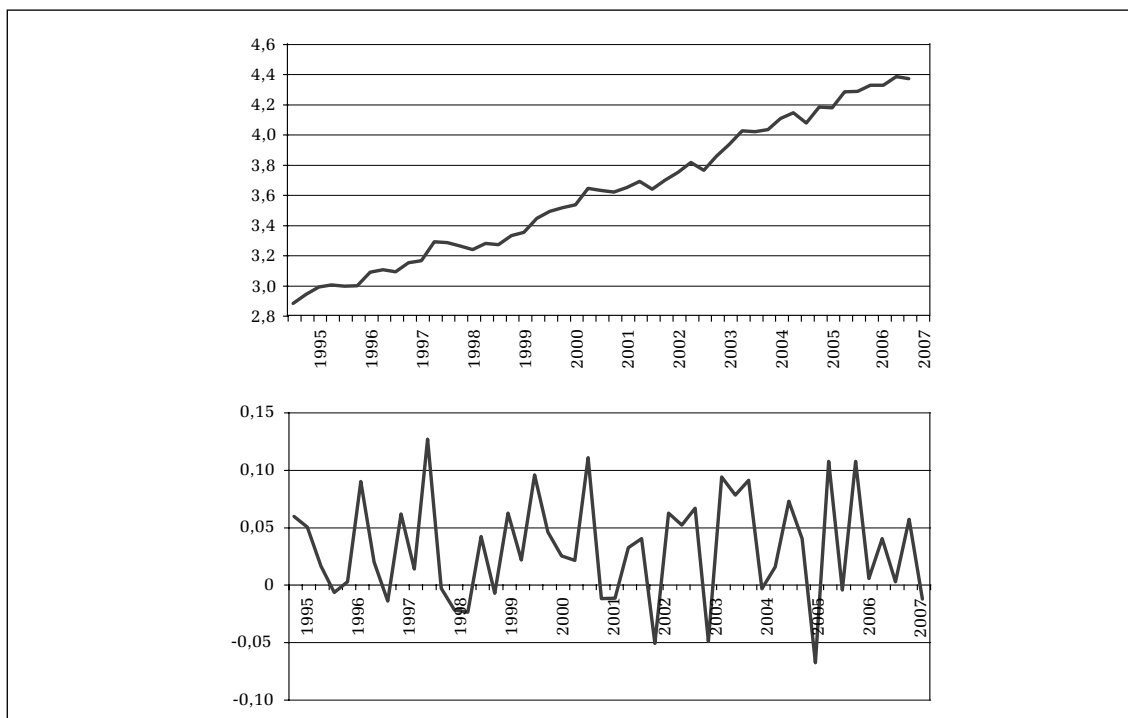
Założono, że wpływ zmian strukturalnych na eksport i import powinien być dodatni. Wyraz wolny oraz jego korekty, charakteryzujące zaburzenia, znajdują się w przestrzeni kointegrującej. Rozważono następujący model VEqCM:

$$\Delta \mathbf{v}_{(m)t} = [\mathbf{v}_{(m)t-1} \mathbf{B} + \mathbf{g}_{1(r)} + \mathbf{u}_{1,t-1} \mathbf{G}_3] \mathbf{A}^T + \sum_{s=1}^{S-1} \Delta \mathbf{v}_{(m)t-s} \mathbf{\Gamma}_s + \sum_{s=0}^{S-1} \Delta \mathbf{u}_{1,t-s} \mathbf{F}_3^s + \xi_{(m)t} \quad (22)$$

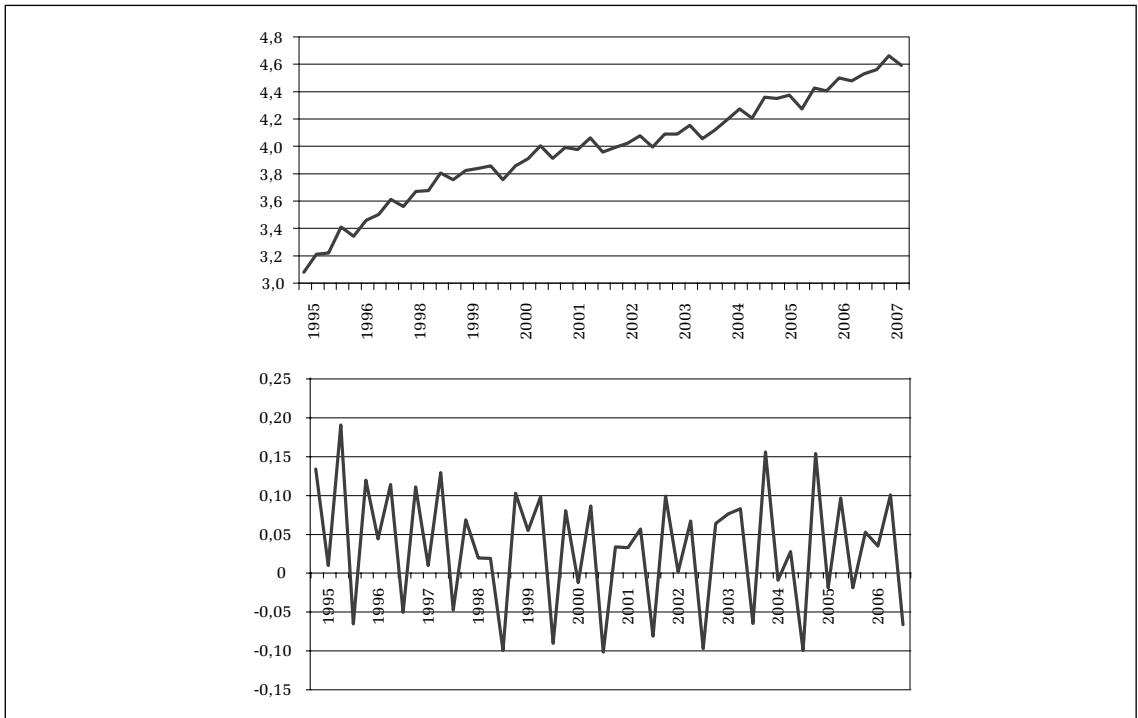
dla $t = S + 1, S + 2$

gdzie $\mathbf{u}_{1t} = \begin{bmatrix} u_{11t} \\ u_{12t} \end{bmatrix}^T$

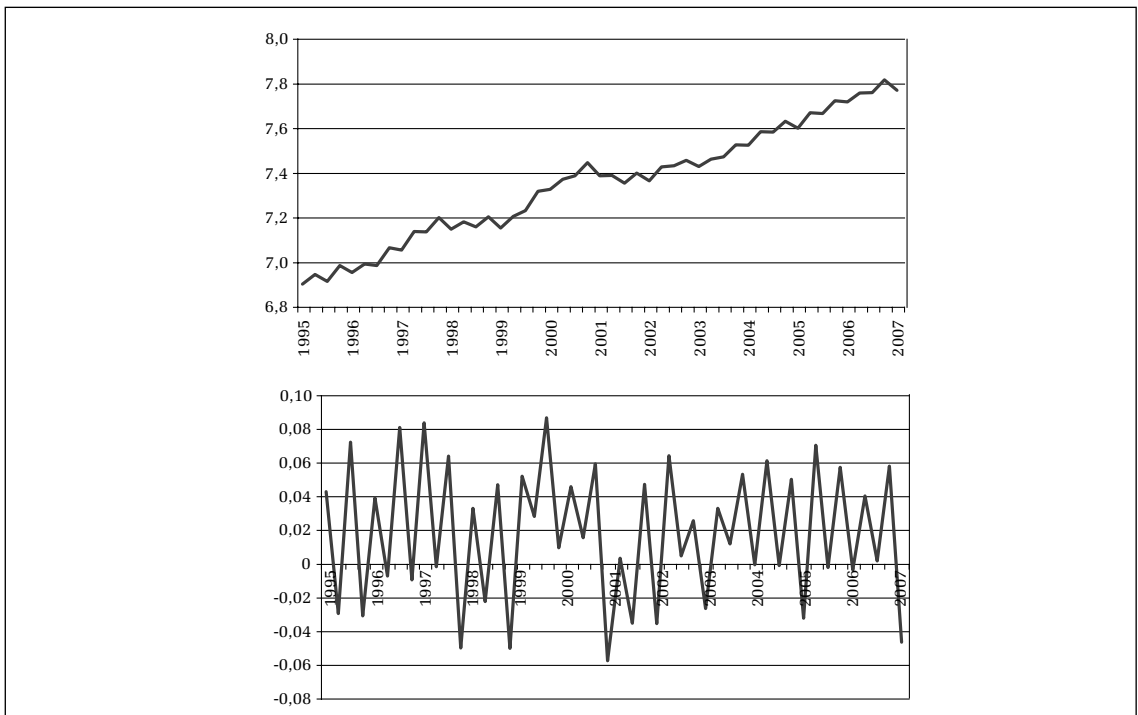
Wykres 1
Eksport Polski (E), ceny stałe z 2000 r.



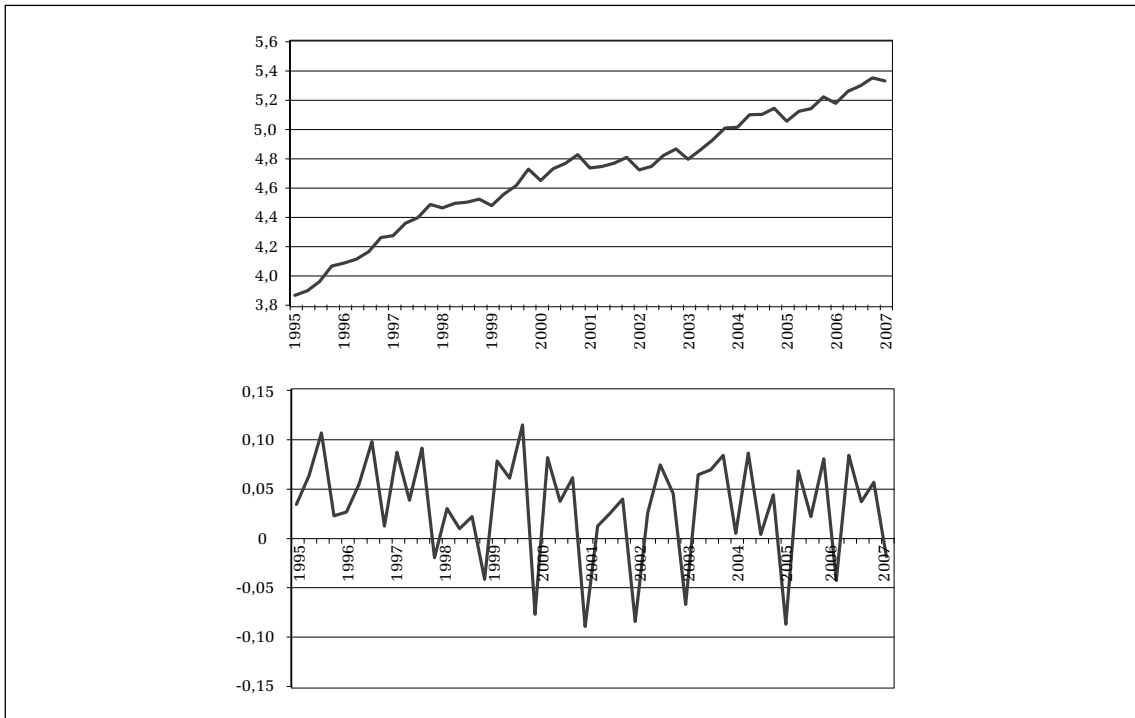
Wykres 2
 Import Polski (M), ceny stałe z 2000 r.



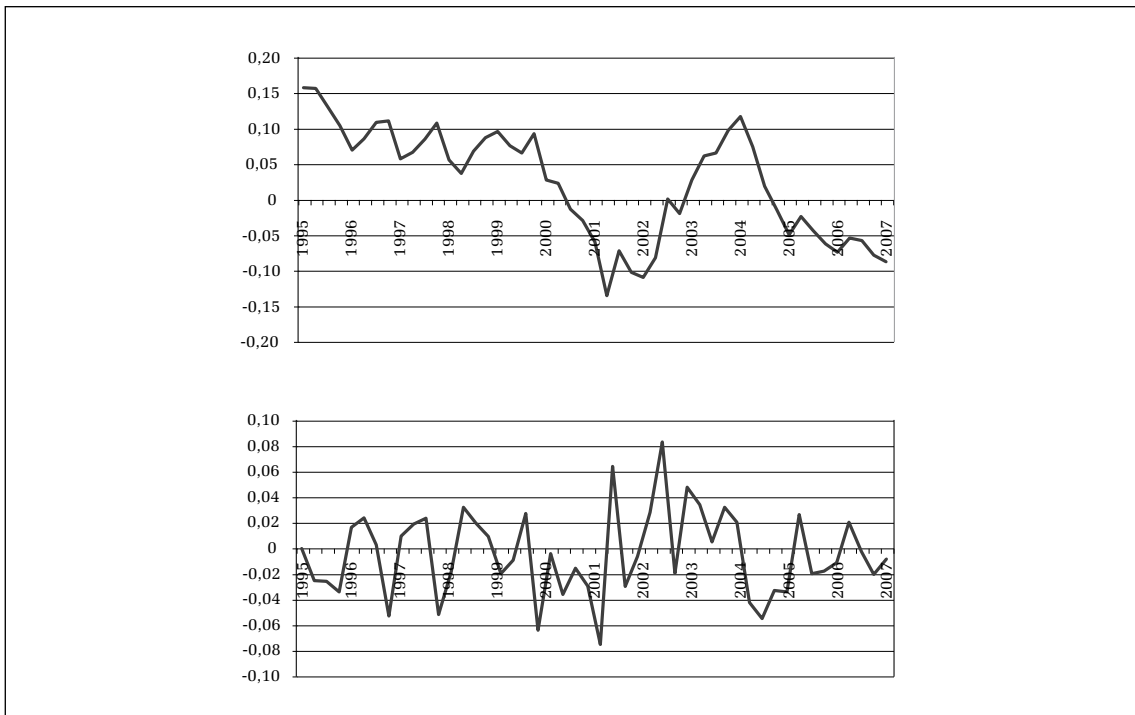
Wykres 3
 Eksport światowy (ES), ceny stałe z 2000 r.



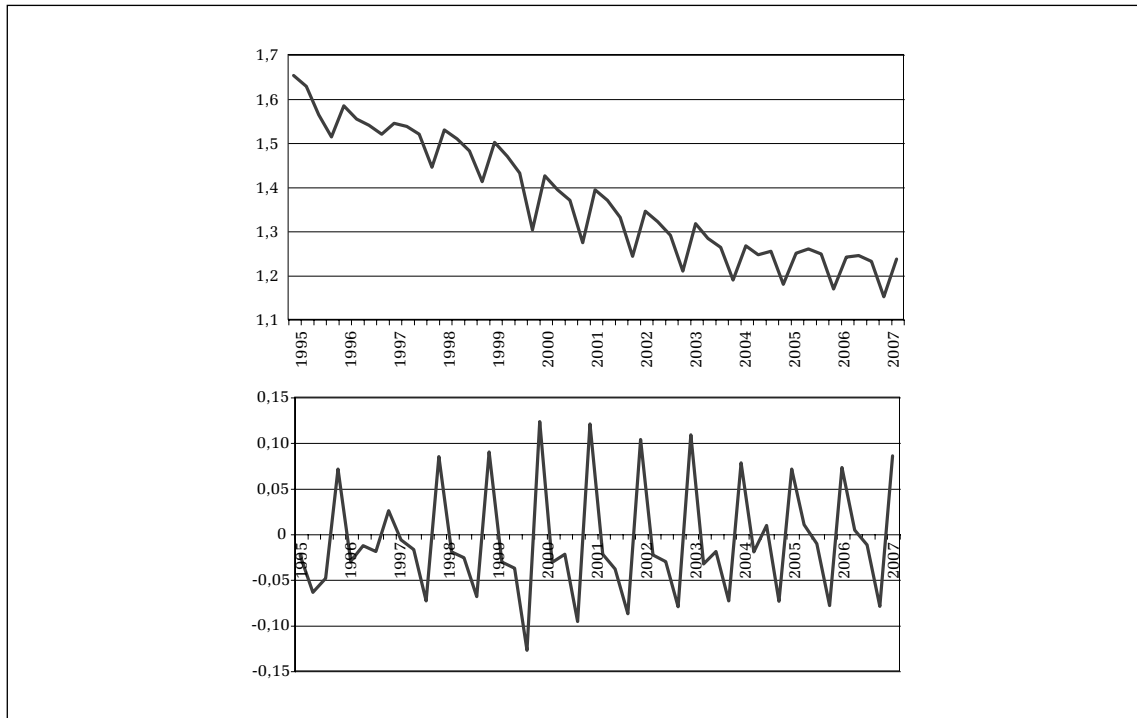
Wykres 4
Produkcja sprzedana przemysłu (SQ), ceny stałe 2000 r.



Wykres 5
Ceny relatywne (RER), podstawa 2000 r.



Wykres 6
Różnica między wydajnością pracy w UE i w Polsce (Z)



Ze względu na małą próbę przyjęto, że liczba opóźnień w modelu VAR wynosi 2 ($S = 2$). Estymację parametrów modelu przeprowadzono na podstawie 49 obserwacji kwartalnych z okresu I kwartał 1995 r. – I kwartał 2007 r., wykorzystując metodę Johansena.

Liczbę wspólnych trendów stochastycznych w badanym systemie zmiennych zbadano za pomocą testu śladu (por. tabela 1). Wprowadzenie zmian strukturalnych do modelu wymagało przeprowadzenia symulacji wartości krytycznych testu śladu. W pierwszym kroku zbadano rząd kointegracji dla systemu zmiennych: $m_t, e_t, sq_t, es_t, rer_t, z_t, u_{11t}, u_{12t}, const$, a następnie powtórzono test śladu z uwzględnieniem zmiennych egzogenicznych. Wprowadzenie zmiennych egzogenicznych nie spowodowało zmiany wyników testu rzędu. Rezultaty testu śladu wskazują na istnienie dwóch

Tabela 1
Wyniki empiryczne testu śladu

R	Wartość statystyki (graniczny poziom istotności)	Wartość krytyczna
0	86,531 (0,001)	70,444
1	45,549 (0,044)	45,386
2	11,137 (0,679)	23,274

relacji kointegrujących (por. tabela 1), co pozwala wyznaczyć długookresowe równania dla eksportu i importu. Ponadto na podstawie analizy pierwiastków macierzy sprzężonej (*companion matrix*) można założyć, że w rozważanym modelu nie ma pierwiastków wybuchowych.

Zmiana reżimu kursowego, reprezentowana przez zmienną istotnie oddziałuje tylko na eksport, natomiast przystąpienie Polski do Unii Europejskiej, reprezentowane przez zmienną sztuczną u_{12t} , wpływa istotnie zarówno na eksport, jak i na import. Import okazał się niewrażliwy na zmianę relacji indeksu cen producenta w strefie euro do indeksu krajowych cen producenta (rer_t). Ostatecznie otrzymujemy następujące długookresowe równania eksportu i importu dla Polski:

$$e_t = f_e(es_t, rer_t, z_t, u_{11t}, u_{12t}, const) \quad (23)$$

$$m_t = f_m(sq_t, z_t, u_{12t}, const) \quad (24)$$

Sprowadzenie modelu bez restrykcji postaci:

$$E(e_t - \mathcal{G}_2^e m_t - \mathcal{G}_3^e es_t - \mathcal{G}_4^e sq_t - \mathcal{G}_5^e rer_t - \mathcal{G}_6^e z_t - \mathcal{G}_7^e u_{11t} - \mathcal{G}_8^e u_{12t} - \mathcal{G}_9^e) = 0 \quad (25)$$

$$E(m_t - \mathcal{G}_1^m e_t - \mathcal{G}_3^m es_t - \mathcal{G}_4^m sq_t - \mathcal{G}_5^m rer_t - \mathcal{G}_6^m z_t - \mathcal{G}_7^m u_{11t} - \mathcal{G}_8^m u_{12t} - \mathcal{G}_9^m) = 0 \quad (26)$$

do modelu o równaniach (23)–(24) polega na nałożeniu następujących restrykcji wyłączających na parametry poszczególnych równań:

w równaniu eksportu:

$$\mathcal{G}_2^e = \mathcal{G}_4^e = 0 \quad (27)$$

w równaniu importu:

$$\mathcal{G}_1^m = \mathcal{G}_3^m = \mathcal{G}_5^m = \mathcal{G}_7^m = 0 \quad (28)$$

Ponadto testowano zasadność wprowadzenia jednostkowych elastyczności przy es_t w równaniu eksportu oraz przy sq_t w równaniu importu:

$$\mathcal{G}_3^e = \mathcal{G}_4^m = 1 \quad (29)$$

Zasadność nakładania liniowych restrykcji na macierz \mathbf{B}^* można testować, wykorzystując test LR (*likelihood ratio*), którego sprawdzian ma w tym przypadku asymptotyczny rozkład χ^2 (por. Johansen 1995). W rozważanym modelu wyniki testu LR wskazują na istotność wprowadzonych restrykcji (27)–(29) (por. tabela 2).

Do zbadania zasadności restrykcji słabej egzogeniczności należało również wykorzystać test LR, którego sprawdzian ma asymptotyczny rozkład χ^2 . Wyniki testu wskazują na słabą egzogeniczność zmiennych: es_t , sq_t , z_t (por. tabela 2).

Równania długookresowe z uwzględnieniem zmiennych słabo egzogenicznych i restrykcji dla macierzy kointegrującej \mathbf{B}^* przedstawia tabela 2. Wartość testu LR, służącego do badania istotności wszystkich wprowadzonych restrykcji (dla macierzy \mathbf{B}^* i \mathbf{A}), wskazuje na poprawną specyfikację równań (por. tabela 2). Otrzymano jednostkowe elastyczności eksportu względem eksportu światowego oraz importu względem produkcji sprzedanej przemysłu. W równaniu importu elastyczność względem zmiennej charakteryzującej różnicę między wydajnością pracy w Unii i w Polsce wynosi 0,29. Elastyczność eksportu względem zmiennej charakteryzującej stosunek cen wynosi 0,55, natomiast względem zmiennej charakteryzującej zróżnicowanie wydajności pracy między

Unią a Polską -1,18. Kierunki oddziaływania zmiennych objaśniających na eksport i import są zgodne z założeniami (por. tabela 2). Zmiana reżimu kursowego wywołuje korektę wyrazu wolnego o 0,08% w długookresowym równaniu eksportu, a przystąpienie Polski do Unii Europejskiej – o 0,16% w równaniu eksportu i 0,05% w równaniu importu (por. tabela 2). W macierzy wag zarówno eksport, jak i import dostosowują się istotnie do odpowiednich wektorów kointegrujących. Ponadto otrzymano wektory kointegracji CI(1,1) (por. wykresy 7–8).

Ostatecznym sprawdzianem właściwości statystycznych modelu jest analiza składników losowych. Wykorzystano testy wielowymiarowe oraz jednowymiarowe (dla poszczególnych równań), których sprawdzian ma asymptotyczny rozkład χ^2 (por. tabela 3). Autokorelację testowano za pomocą klasycznego testu LM (mnożnika Lagrange'a), który służy do badania autokorelacji I, II, III, IV rzędu. W rozważanym modelu nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku auto-

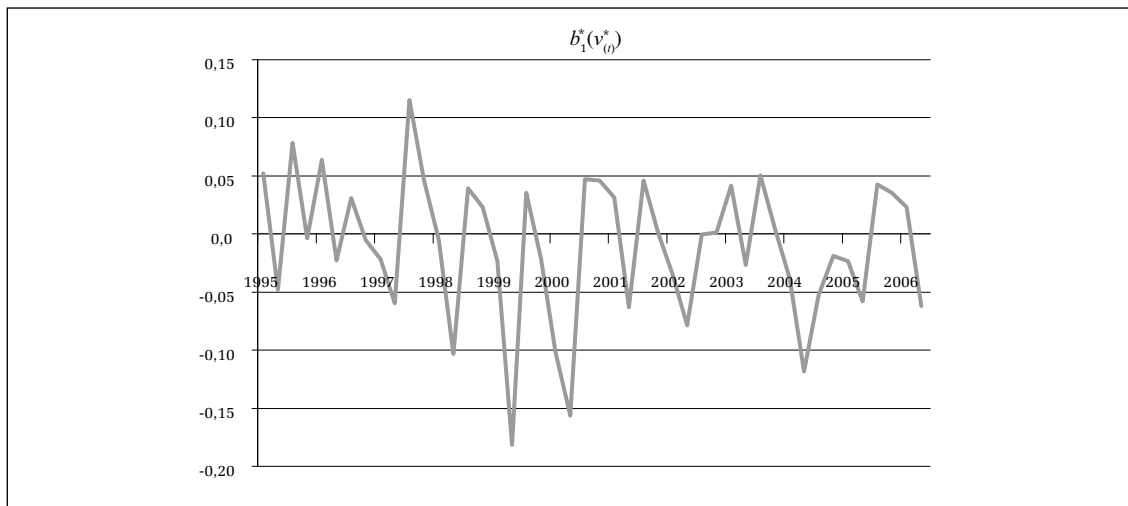
Tabela 2

Wyniki analizy kointegracyjnej (w nawiasach statystyki t-Studenta)

Równania długookresowe z uwzględnieniem restrykcji dla B*	$e_t = 1,000es_t + 0,407rer_t - 1,252z_t + 0,054u_{11t} + 0,149u_{12t} + 2,105$ <p style="text-align: center;">(5,307) (14,576) (2,763) (12,513) (16,286)</p> $m_t = 1,000sq_t + 0,274z_t + 0,044u_{12t} + 1,092$ <p style="text-align: center;">(7,160) (4,057) (20,377)</p>
Wartość statystyki testu LR zasadności wprowadzenia restrykcji dla B*	LR = 8,904 graniczny poziom istotności = 0,179
Wartość statystyki testu LR zasadności wprowadzenia restrykcji dla A	H_0 : es_t, sq_t, z_t – słabo egzogeniczne LR = 19,640, graniczny poziom istotności = 0,074
Równania długookresowe z uwzględnieniem restrykcji dla macierzy A i B*	$e_t = 1,000es_t + 0,552rer_t - 1,184z_t + 0,079u_{11t} + 0,156u_{12t} + 2,201$ <p style="text-align: center;">(6,421) (12,420) (3,725) (11,487) (15,341)</p> $m_t = 1,000sq_t + 0,286z_t + 0,051u_{12t} + 1,115$ <p style="text-align: center;">(7,243) (4,512) (20,120)</p>
Wartość statystyki testu LR zasadności wprowadzenia restrykcji dla A i B*	LR = 5,881 graniczny poziom istotności = 0,437

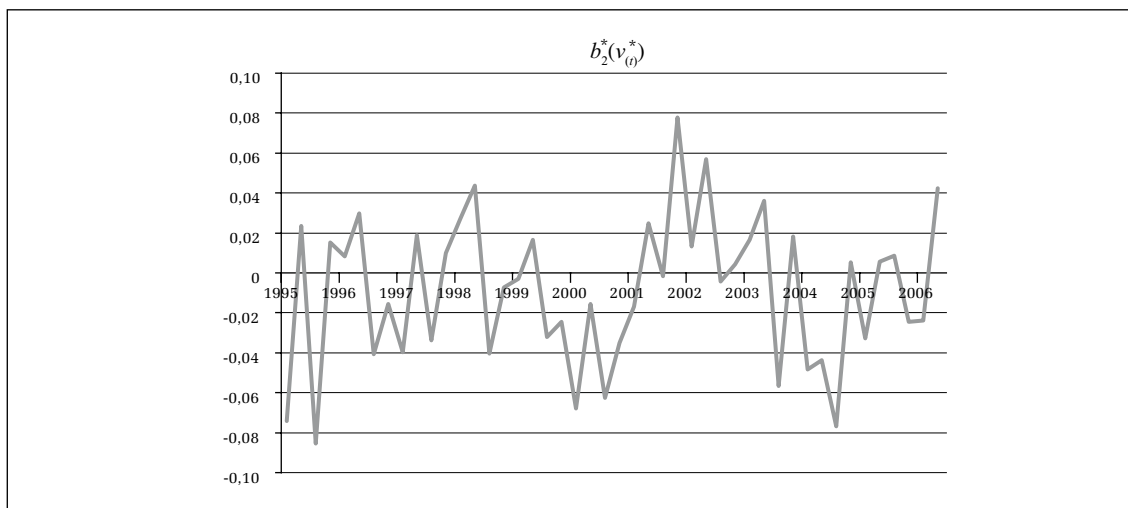
Wykres 7

Pierwsza relacja kointegrująca (równanie eksportu)



Wykres 8

Druga relacja kointegrująca (równanie importu)



korelacji. Rezultaty wielowymiarowych testów LM, służących do badania występowania efektu ARCH I, II i III rzędu, wskazują na jego brak, natomiast można przypuszczać, że występuje efekt ARCH IV rzędu (por. tabela 3). Badania symulacyjne ekonometryków dowodzą jednak, że oszacowania parametrów w modelach VAR z restrykcją kointegracji są odporne na występowanie umiarkowanego efektu ARCH w składnikach losowych (por. Juselius 2006). Analiza jednowymiarowa wskazuje, że składniki losowe poszczególnych równań nie są obciążone efektem ARCH. Do zbadania normalności rozkładu reszt wykorzystano test Doornika-Hansena. W rozważanym modelu wyniki wielowymiarowych oraz jednowymiarowych testów Doornika-Hansena wskazują na brak podstaw do odrzucenia hipotezy zakładającej normalny rozkład reszt. Powyższe wyniki świadczą o dobrych właściwościach statystycznych rozważanego modelu.

Tabela 3
Analiza składników losowych

Testy wielowymiarowe	Wartość statystyki testu	Graniczny poziom istotności
Służące do badania autokorelacji		
LM(1)	6,637	[0,675]
LM(2)	10,697	[0,297]
LM(3)	3,106	[0,960]
LM(4)	10,083	[0,344]
Test służący do badania normalności rozkładu reszt	1,220	[0,976]
Służące do badania efektu ARCH		
LM(1)	41,195	[0,254]
LM(2)	79,475	[0,255]
LM(3)	122,306	[0,164]
LM(4)	179,636	[0,023]
Testy dla poszczególnych równań		
Służące do badania efektu ARCH (2)		
<i>e</i>	0,966	[0,617]
<i>m</i>	0,698	[0,705]
<i>rer</i>	0,580	[0,748]
Służące do badania normalności rozkładu reszt		
<i>e</i>	0,433	[0,805]
<i>m</i>	0,124	[0,940]
<i>rer</i>	0,677	[0,713]

4. Podsumowanie

W artykule zaprezentowana została procedura wyprowadzenia z DGP uogólnionego modelu VE_qCM, który zakłada wiele przełączeń wyrazu wolnego i parametru przy trendzie. Udowodniono, że zmienne deterministyczne występują w przestrzeni kointegrującej, a zatem wpływają na właściwości składników losowych modelu z jednookresowym opóźnieniem.

W badaniu empirycznym wykorzystano wyprowadzony model VE_qCM z wyrazem wolnym oraz jego korektami, które odzwierciedlają zaburzenia struktury. Otrzymano wektory kointegracji reprezentujące równania długookresowe eksportu i importu. Na podstawie otrzymanych wyników

można wnioskować, że w długim okresie eksport Polski jest determinowany przez eksport światowy, zwiększa się wraz ze wzrostem cen zagranicy w stosunku do cen krajowych oraz spada, gdy rośnie różnica pomiędzy wydajnością pracy w Unii Europejskiej i w Polsce. Ponadto w równaniu eksportu udowodniono istotny wpływ dwóch korekt wyrazu wolnego: w momencie zmiany reżimu kursowego oraz przystąpienia Polski do Unii Europejskiej. Determinantami importu są natomiast: produkcja sprzedana przemysłu w Polsce oraz różnica między wydajnością pracy w Unii Europejskiej i w Polsce. Obie wielkości mają dodatni wpływ na zmienną objaśnianą. Ważne dla importu okazało się także przystąpienie Polski do Unii Europejskiej. Otrzymano zatem wyniki interpretowalne ekonomicznie i analizowany model ma dobre właściwości statystyczne.

Bibliografia

- Dennis J. (2006), CATS in RATS, *Cointegration Analysis of Time Series*, Version 2, Estima, Evaston, Illinois.
- Goldstein M., Khan M.S. (1985), Income and price effects in foreign trade, w: R.W. Jones, P.B. Kenen (red.), *Handbook of International Economics*, Vol. II, Elsevier Science Publishers B.V.
- Johansen S. (1995), *Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press Inc.
- Johansen S., Mosconi R., Nielsen B. (2000), Cointegration analysis in the presence of structural breaks in the deterministic trend, *Econometrics Journal*, No. 3, s. 216–249.
- Juselius K. (2006), *The Cointegrated VAR Model: Econometric Methodology and Macroeconomic Applications*, Oxford University Press Inc.
- Misala J. (2003), *Współczesne teorie wymiany międzynarodowej i zagranicznej polityki ekonomicznej*, Wydawnictwo SGH, Warszawa.
- Molle W. (1995), *Ekonomika integracji europejskiej teoria, praktyka, polityka*, Fundacja Gospodarcza NSZZ Solidarność, Gdańsk.
- Mroczek W., Rubaszek M. (2003) *Determinanty polskiego handlu zagranicznego*, Materiały i Studia, 161, NBP, Warszawa
- Saikkonen P., Lütkepohl H., Trenkler C. (2004), *Break Date Estimation and Cointegration Testing in VAR Processes with Level Shift*, ECO Working Paper, 2004/21, European University Institute.
- Saikkonen P., Lütkepohl H., Trenkler C. (2006), *Testing for Cointegrating Rank of a VAR Process with Level Shift and Trend Break*, ECO Working Paper, 2006/29, European University Institute.
- Welfe A. (red.) (2000), *Gospodarka Polski w okresie transformacji. Zasady modelowania ekonometrycznego*, PWE, Warszawa.
- Welfe A., Karp P., Kęłowski P. (2006), *Mechanizmy makroekonomiczne w gospodarce polskiej. Analiza ekonometryczna*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Welfe W., Welfe A. (2004), *Ekonometria stosowana*, PWE, Warszawa.

Cointegration analysis with structural breaks, model of foreign trade for Poland

Abstract

In the article it is proved that the presence of deterministic components (constant, trend and dummies) in data generation process leads to a model with deterministic components in the cointegration space. We obtained the VEqCM model with deterministic variables, in which the dummies, representing structural breaks, have influence on the properties of residuals with one-period lag (which is connected with lagged variables in the cointegration vectors). In empirical application the VEqCM model with a constant and the adjustments of the constant is used. The investigation concerns the model of Polish foreign trade. The variables, which determine Polish exports were identified. Furthermore, it turns out that the change of the exchange rate regime has impact on both exports and the moment of joining the European Union influences Polish exports and imports. The breaks are represented by appropriate adjustments of the constant.

Keywords: cointegration analysis, vector correction model, structural breaks, foreign trade