Wyznaczanie krzywych dochodowości metodą zmodyfikowanego *bootstrapingu*

Gerard Cięciwa

Potrzeba stosowania krzywej dochodowości

Każda transakcja, w tym depozytowo-kredytowa – do której stosuje się przedmiot niniejszego artykułu – wymaga prawidłowej wyceny. Wycena księgowa (oparta na bieżącym zadłużeniu i memoriałowym naliczaniu odsetek) stosowana wobec transakcji ujętych w księdze banku (*banking book*) znajduje powszechne uznanie. Przyczyn tego stanu rzeczy można upatrywać w trzech czynnikach:

- *status quo* – ze względów historycznych ten sposób jest najbardziej znany i chyba do dziś najczęściej wykładany na uczelniach,

- pragmatyzm polegający na tym, że jest ona podstawą do sporządzania sprawozdań finansowych adresowanych do instytucji nadzorczych, podatkowych itp.,

- prostota – do ustalenia wartości księgowej transakcji wystarczy zazwyczaj (w przypadku depozytów i kredytów) wiedza o niej samej – znajomość parametrów rynkowych (aktualnych stóp procentowych) nie jest potrzebna.

Istnieje jednak kilka powodów, dla których ta metoda powinna być zastąpiona – przynajmniej do celów controllingu – wyceną rynkową:

Rosnąca złożoność transakcji – umowa (np. kredytowa) coraz częściej obejmuje nie tylko zobowiązanie dłużnika do spłaty w określonych ratach kapitału wraz z odsetkami, ale obejmuje także inne prawa lub zobowiązania (np. do wcześniejszej spłaty, zmiany oprocentowania ze stałego na zmienne, przewalutowania, zawieszenia lub odroczenia spłat), które mogą, choć nie muszą być wykorzystane. Stanowią one wbudowane opcje (*embedded options*), zazwyczaj o niezerowej wartości, więc wymagające odrębnej wyceny. Jeśli ich cena jest wliczona w stopę procentową lub kapitał transakcji, systemy informatyczne instytucji finansowej powinny móc rozbić przepływy pieniężne wynikające z takich transakcji na te, które są wynikiem kosztów refinansowania lub reinwestycji długu (kredytu lub depozytu), oraz te, które wynikają z wartości wbudowanych opcji. Rozbicie to jest potrzebne do obciążenia kontrahenta właściwą kwotą – o czym poniżej – w przypadku zmiany warunków transakcji (nie będącej oczywiście wykorzystaniem praw z wbudowanej opcji) lub jej rozwiązania przed terminem.

Możliwość realizacji budżetu – wykonanie założonego wyniku finansowego w danym okresie budżetowym zależy oczywiście od wykonania planu sprzedaży, zarówno pod względem wolumenu transakcji, jak i cen sprzedaży. Jest ona również pochodną wolumenów i cen niewygasłych transakcji z poprzednich okresów. Nie docenia się tu faktu, że wysokość realizowanego wyniku finansowego zależy także od zachowań kontrahentów. W szczególności wcześniejsze rozwiązanie umowy może obniżyć zabudżetowane przychody bez możliwości zmniejszenia kosztów refinansowania (zerwanie kredytu) lub spowodować wzrost kosztów finansowania bez możliwości zwiększenia przychodów z reinwestycji (zerwanie depozytu) – jeśli nie zostanie to zrekompensowane odpowiednią prowizją (*prepayment fee*) lub zmianą oprocentowania.

Zaostrzenie konkurencji – które powoduje, że klienci są często zachęcani przez konkurentów do wspomnianych zachowań (np. poprzez oferowanie tańszego kredytu na spłatę starego, o stałym oprocentowaniu, zaciągniętego w innym banku w czasie, kiedy stopy były wyższe), co zwiększa zagrożenie opisane w poprzednim akapicie.

Wahania na rynkach finansowych – zmiany stóp procentowych oraz innych parametrów rynkowych (np. ocen wiarygodności krajów), mających wpływ na koszty refinansowania, kursów walutowych, które dają więcej okazji do powyższych zachowań.

Innowacyjność rynku – zdolność instytucji finansowych do kreowania nowych – skomplikowanych instrumentów finansowych (*structured products*) połączona z umiejętnością ich rynkowej wyceny (*marking to market*), co bezpośrednio przekłada się na zjawiska wynikające również z zaostrzenia konkurencji.

Rynkowe metody wyceny są często stosowane w odniesieniu do transakcji księgowanych w księdze handlowej (*trading book*). Z tego powodu coraz bardziej potrzebne jest wprowadzenie podobnych metod także w odniesieniu do księgi banku. Wycena taka – w przypadku transakcji złożonych (zawierających wbudowane opcje) – wymaga ich podziału na proste (prostsze), które mogą być wyceniane indywidualnie. Można je podzielić na wbudowane opcje oraz tradycyjne transakcje kredytowo-depozytowe, będące rdzeniem większości umów zawieranych z klientami, do których wyceny stosuje się krzywe dochodowości. Opcje te zazwyczaj są dość skomplikowane (np. prawo do przewalutowania niespłaconej części kredytu o stałej stopie bez prowizji dwa razy w dowolnym momencie jego trwania) i wymagają zaawansowanych – często indywidualnych – modeli wyceny, dlatego wykraczają daleko poza ramy tego tekstu.

Krótki przegląd problemów związanych z tworzeniem krzywych

Najczęściej spotykaną w literaturze (np. Questa, 1999; James, Webber, 2000) metodą tworzenia krzywych dochodowości jest metoda tzw. *bootstrapingu*, pozwalająca wyznaczyć na podstawie wielu instrumentów finansowych (np. obligacji, swapów odsetkowych, IRS itp.) czynniki dyskontowe. Opisy mają jednak zazwyczaj charakter poglądowy, pozwalając wyznaczyć czynniki

Tabela 1 *Przykładowe przepływy pieniężne instrumentów wymagane w prostej metodzie bootstrapingu*

Termin przepływu	Długość instrumentu			
	1Y	2Y	3Y	4Y
0Y	-100	-100	-100	-100
1Y	105	6	6,5	7
2Y		106	6,5	7
3Y			106,5	7
4Y				107

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2 *Przykładowe przepływy pieniężne instrumentów niespełniające wymagań prostego bootstrapingu (instrumenty 2Y i 4Y)*

Termin przepływu	Długość instrumentu			
	1Y	18M	3Y	4Y
0Y	-100	-100	-100	-100
6M		3	4	3,5
1Y	105	3	4	3,5
18M		103	4	3,5
2Y			104	3,5
3Y				3,5
4Y				103,5

Źródło: opracowanie własne

dyskontowe jedynie w punktach węzłowych, tj. terminach, w których następują ostatnie przepływy pieniężne każdego z owych instrumentów. Zazwyczaj zakłada się *implicite*, że każdy następny (tj. o dłuższym terminie zapadalności) instrument ma przepływy pieniężne jedynie w tych terminach, w których nastąpiły przepływy poprzednich instrumentów (o krótszym terminie zapadalności), oraz dokładnie jeden w terminie dłuższym od wszystkich pozostałych (tabela 1).

Takie założenie praktycznie uniemożliwia większość praktycznych zastosowań, gdzie – budując krzywą na podstawie depozytów i swapów odsetkowych – napotykamy na sytuację, w której wraz z dodaniem kolejnego instrumentu przybywa więcej niż jeden przepływ pieniężny (tabela 2).

W przypadku instrumentu 2Y nie można wyznaczyć czynnika dyskontowego dla terminu 18M, ponieważ nie wyznaczono wcześniej czynnika dla 6M. Można sobie poradzić interpolując go – w celu uniknięcia ujemnych stóp terminowych (zob. Waluś, 2001), w sytuacji, gdy ujemne stopy nie są oczywiście wymuszone przez czynniki dyskontowe dla terminów 0Y i 1Y – najlepiej poprzez interpolację stóp terminowych. W przypadku instrumentu 4Y sytuacja jest bardziej skomplikowana: czynnika dla terminu 4Y nie można wyznaczyć, ponieważ nie ma go jeszcze dla terminu 3Y, a czynnika dla 3Y nie można interpolować, bo nie ma czynnika dla 4Y. Stąd potrzebne jest jednoczesne wyznaczanie czynników 3Y i 4Y. W celu zapewnienia wewnętrznej spójności metody, algorytm wyznaczania czynników dyskontowych dla nowych terminów powinien zapewnić takie same własności stóp terminowych, jakie sam zakłada, że są spełnione dla terminów poprzednich. W przypadku tabeli 2 chwilowe stopy terminowe w okresie (2Y, 4Y] mają tę samą własność, jak w przedziale (0Y, 1] (jak zobaczymy później – są stałe, oddzielnie w każdym przedziale).

Istnieje wiele innych niż *bootstraping* metod wyznaczania krzywych (Questa, 1999; Kellison, 1991, a zwłaszcza James, Webber, 2000). Wszystkie wiążą się z pewnymi niedogodnościami.

Bywa, że kształt krzywej dochodowości wyznaczany jest metodami statystycznymi (poprzez estymację pewnych parametrów, dla których średni błąd, z którym krzywa odtwarza bieżące wartości instrumentów jest najmniejszy). Powoduje to, że wartość instrumentu obliczona na podstawie otrzymanych z niej czynników dyskontowych jest inna niż ta, która została użyta do jej budowy. Może to prowadzić do błędnych decyzji handlowych oraz błędnych kalkulacji wartości portfela, VAR itp.

Niektóre metody nie gwarantują dodatnich stóp terminowych, nawet wtedy, gdy dane wejściowe pozwalają na to, by były dodatnie. Na przykład przybliżenie wielomianowe dostatecznie wysokiego stopnia odtworzy poprawnie krzywą w każdym punkcie węzłowym, ale wartości wielomianu poza nimi mogą być dowolne.

Istnieją wreszcie metody, które pozwalają poprawnie odtwarzać ceny instrumentów, będąc jednocześnie zgodne z niektórymi modelami struktury terminowej stóp procentowych (w tym zachowując dodatnie stopy terminowe), ale są trudne do obliczenia i stosowania. Dobrym kompendium wiedzy na ten temat jest (James, Webber, 2000).

Poniżej przedstawiono metodę wyznaczania krzywej dochodowości, która nie jest wprawdzie idealna w odniesieniu wszelkich zastosowań - nie spełnia wymagań co najmniej większości modeli struktury terminowej stóp procentowych używanych do wyceny instrumentów pochodnych (np. funkcja stóp terminowych w czasie nie jest ciągła), ale:

- poprawnie odtwarza ceny instrumentów z zadaną dokładnością,
- zachowuje nieujemne stopy terminowe, jeśli dane wejściowe nie wymuszają ujemnych,
- jest łatwa do stosowania (obliczanie czynników dyskontowych nie jest zbyt złożone).

Zakres instrumentów, na podstawie których tworzone są krzywe

Podstawą tworzenia krzywych mogą być instrumenty zarówno samoistne, jak i syntetyczne (tj. powstałe ze złożenia innych instrumentów) należące do tej samej klasy. Podstawą grupowania instrumentów w odrębne klasy jest ich wspólna charakterystyka w zakresie dochodowości, ryzyka (w szczególności waluta, ryzyko kredytowe kontrahentów i emitentów oraz status prawny - np. opodatkowanie dochodów z instrumentów, ograniczenia zbioru podmiotów dopuszczonych do obrotu instrumentem. Niezbędne jest jednak, aby wszystkie związane z nimi przepływy pieniężne miały ustalone terminy oraz kwoty. Wszystkie instrumenty samoistne (wykorzystywane do budowy krzywych bezpośrednio lub jako elementy składowe instrumentów złożonych) muszą być dostatecznie płynne (tj. stanowić *benchmark* w swojej klasie instrumentów). Przykładem instrumentów, które samoistnie mogą być brane pod uwagę podczas wyznaczania krzywych, są obligacje o stałym oprocentowaniu o tym samym ratingu. Przykładem instrumentu syntetycznego może być złożenie swapa odsetkowego i obligacji o zmiennym oprocentowaniu (wszystkie obligacje wykorzystywane do tej samej krzywej muszą mieć oczywiście ten sam rating). W praktyce możliwe jest mieszanie różnych instrumentów na różne terminy, jeśli instytucja finansowa ma do nich dostęp i może nimi swobodnie obracać (np. rynek depozytowy na odcinku krzywej do roku i wspomniane wcześniej instrumenty na dalsze okresy).

Definicje

Instrument bazowy – płynny, samoistny lub syntetyczny (tj. powstały ze złożenia innych, płynnych) instrument finansowy o znanej cenie na znany termin w teraźniejszości lub przyszłości oraz znanych terminach i kwotach wszystkich przepływów pieniężnych następujących po tym terminie, do których prawo jest przedmiotem obrotu tym instrumentem. Jest on charakteryzowany przez pary:

$$\left(\left(c_{i,j},t_{i,j}\right)\right)=\omega_i \subset \mathrm{B} \subset \Omega,\ i=1\ldots n,\ j=1\ldots n_i,\ \underset{i,j<n_i}{\forall}\ t_0<t_{i,j}<t_{i,j+1},$$

$$\underset{i}{\forall}\ \underset{j\neq k}{\exists}\ c_{i,j}>0 \wedge c_{i,k}<0\ \ \underset{i,j}{\forall}\ c_{i,j}\neq 0,\ \left(c_{i,j},t_{i,j}\right)\in R^2,$$

gdzie:

ω_i – instrument bazowy,

$(c_{i,j},t_{i,j})$ – przepływ pieniężny będący następstwem zawarcia transakcji, której przedmiotem jest instrument bazowy (w tym płatność jego ceny, jeśli jest różna od zera),

$c_{i,j}$ – kwota przepływu pieniężnego będącego następstwem zawarcia transakcji, której przedmiotem jest instrument bazowy, dodatnia dla przypływu i ujemna dla odpływu,

$t_{i,j}$ – termin przepływu pieniężnego będącego następstwem zawarcia transakcji, której przedmiotem jest instrument bazowy,

n – liczba instrumentów bazowych,

n_i – liczba przepływów pieniężnych -i tego instrumentu bazowego,

t_0 – teraźniejszość,

B – zbiór instrumentów bazowych,

Ω – zbiór wszystkich instrumentów finansowych.

Warunek $\underset{i}{\forall}\ \underset{j\neq k}{\exists}\ c_{i,j}>0 \wedge c_{i,k}<0$ jest konieczny ze względu na to, że jego niespełnienie oznaczałoby brak możliwości znalezienia takich (większych od zera) czynników dyskontowych, które dawałyby zerową wartość instrumentu (cena płacona za nabycie jest traktowana jak przepływ pieniężny wynikający z samego instrumentu).

Klasa instrumentów finansowych – zbiór instrumentów finansowych o wspólnej charakterystyce pod względem dochodowości i ryzyka, w szczególności o wspólnych: walucie, ryzyku kredytowym kontrahentów/emitentów oraz statusie prawnym (jak np. opodatkowanie dochodów z instrumentów, ograniczenia zbioru podmiotów dopuszczonych do obrotu instrumentem):

$$\Omega_k, k=1\ldots K, \bigcup_k \Omega_k=\Omega$$

gdzie:

K – liczba klas instrumentów finansowych.

Klasa instrumentów bazowych – zbiór instrumentów bazowych należących do tej samej klasy instrumentów finansowych:

$$\mathrm{B}_k=\mathrm{B}\bigcap\Omega_k$$

Szereg instrumentów składowych – dowolny szereg instrumentów finansowych spełniający warunek:

$$S_k=\left(\omega_i^k=\left(\left(c_{i,j}^k,t_{i,j}^k\right)\right):\omega_i^k\in \mathrm{B}_k, \underset{l}{\forall}\ t_{l,1}^k\le t_{l+1,1}^k\le t_{l,n_l}^k \wedge t_{l,n_l}^k<t_{l+1,n_{l+1}}^k\right),$$
$$i=1\ldots s_k,$$

gdzie:

ω_i^k – instrument bazowy, znajdujący się na i-tej pozycji szeregu S_k.

s_k – długość szeregu S_k.

Warunek $t_{l,1}^k\le t_{l+1,1}^k\le t_{l,n_l}^k$ oznacza, że dla każdego następnego instrumentu bazowego istnieje już wyznaczony co najmniej jeden czynnik dyskontowy (na podstawie poprzednich). Jego niespełnienie oznaczałoby, że w przedziale $\left[t_{l,n_l}^k,t_{l+1,1}^k\right)$ nie można jednoznacznie wyznaczyć czynników dyskontowych.

Warunek $t_{l,n_l}^k<t_{l+1,n_{l+1}}^k$ oznacza, że istnieje co najmniej jeden termin, dla którego czynnik dyskontowy należy wyznaczyć. Jego niespełnienie mogłoby prowadzić do wewnętrznej sprzeczności (instrument o indeksie $l+1$ miałby wartość niezerową).

Podszereg instrumentów składowych:

$$S_k^p=\left(\omega_i^k:\omega_i^k\in S_k\right),\ i=1\ldots p\le s_k.$$

Krzywa stóp terminowych – funkcja przyporządkowująca terminom wartości natychmiastowych terminowych stóp procentowych na podstawie podszeregu instrumentów składowych:

$$Y_{S_k^p}:\left(t_{1,1}^k,t_{p,n_p}^k\right]\to R$$

Krzywa czynników dyskontowych – funkcja:

$$D_{S_k^p}:\left(t_{1,1}^k,t_{p,n_p}^k\right]\to R,\ D_{S_k^p}\left(t_{1,1}^k,t\right)=D_{S_k^p}(t)=e^{-\int_{t_{1,1}^k}^{t}Y_{S_k^p}(s)ds}$$

Ekstrapolowana krzywa czynników dyskontowych – funkcja określona w rozdziale pt. „Ekstrapolacja".

Metoda wyznaczania krzywej stóp terminowych

Przyjmujemy:

$$n_0=0,\ t_{0,0}^k=t_{1,1}^k,\ D_{S_k^p}\left(t_{0,0}^k\right)=1,$$

oraz zmieniamy notację:

$$t(i,j)=t_{i,j}^k,\ c(i,j)=c_{i,j}^k, S_k^p=S^p,\ S_k=S,\ \omega_i^k=\omega_i,\ D(t)=D_{S_k^p}(t)$$

Dla p-elementowego podszeregu instrumentów składowych:

$$Y_{S^p}:\left(t(1,1),t\left(p,n_p\right)\right]\to R,\ Y_{S^p}\left(t\left(i-1,n_{i-1}\right)<t\le t\left(i,n_i\right)\right)=f(i),\ i=1\ldots p\le s_k$$

zatem:

$$D(t)=\exp\left(-\sum_{i:t(i,n_i)\le t}f(i)\left(t(i,n_i)-t\left(i-1,n_{i-1}\right)\right)-f\left(i^*\right)\left(t-t\left(i^*-1,n_{i^*-1}\right)\right)\right) \tag{1}$$

gdzie:

$$i^*=\min_{i:t(i,n_i)>t}(i),$$

$f(i^*)$ – szukana stopa terminowa – jest rozwiązaniem równania:

$$g\left(f\left(i^*\right)\right)=\sum_{j:t\left(i^*,j\right)\le t\left(i^*-1,n_{i^*-1}\right)}c\left(i^*,j\right)D\left(t\left(i^*,j\right)\right)+$$

$$+\sum_{j:t\left(i^*,j\right)>t\left(i^*-1,n_{i^*-1}\right)}c\left(i^*,j\right)D\left(t\left(i^*-1,n_{i^*-1}\right)\right)e^{-f\left(i^*\right)\left(t\left(i^*,j\right)-t\left(i^*-1,n_{i^*-1}\right)\right)}=0 \tag{2}$$

Co istotne, wzory (1) i (2) czynią to samo założenie wobec natychmiastowych stóp terminowych, tj. w każdym przedziale $\left[t\left(i-1,n_{i-1}\right),t\left(i,n_i\right)\right]f(t)=f(i)=const$. W przeciwnym razie czynniki dyskontowe dla terminów 6M i 3Y utworzone na podstawie instrumentów z tabeli 2 mogłyby być nieprawidłowe w tym sensie, że do interpolacji w poszczególnych przedziałach trzeba byłoby używać różnych metod.

Stopy $f(i)$ szukamy iteracyjnie, wychodząc od arbitralnie przyjętej stopy $f_0(i)$. Rozwijając $g(f(i))$ w pierwsze dwa składniki szeregu Taylora, otrzymujemy:

$$g\left(f(i)\right)\approx g\left(f_0(i)\right)+\left(f(i)-f_0(i)\right)g'\left(f_0(i)\right)$$

co po przekształceniu i podstawieniach f_{n+1} za $f(i)$, f_n za $f_0(i)$ oraz $g\left(f(i)\right)=0$ daje:

$$f_{n+1}=f_n-\frac{g\left(f_n\right)}{g'\left(f_n\right)},\ g'\left(f_n\right)\ne 0 \tag{3}$$

czyli wzór Newtona na numeryczne poszukiwanie pierwiastka funkcji.

Nierówność $g'\left(f_n\right)\ne 0$ łatwo spełnić, wybierając takie $\omega_i\subset S_k$, dla których

$$\forall_{(i,j):t(i,j)>t\left(i-1,n_{i-1}\right)}\ \operatorname{sgn}\left(c(i,j)\right)=const$$

co nie stanowi w praktyce problemu. W przeciwnym przypadku, istnieje (małe) ryzyko braku zbieżności.

Gdy

$$card\left(\left\{(i,j):t(i,j)>t\left(i-1,n_{i-1}\right)\right\}\right)=1$$

tj. $$\left\{(i,j):t(i,j)>t\left(i-1,n_{i-1}\right)\right\}=\left\{\left(i,n_i\right)\right\}$$

zamiast iteracji wg (3) można wykorzystać analityczne rozwiązanie (2):

$$f(i)=-\frac{\ln\left(-\dfrac{\sum_{j:t(i,j)\le t\left(i-1,n_{i-1}\right)}c(i,j)D\left(t(i,j)\right)}{c\left(i,n_i\right)D\left(t\left(i-1,n_{i-1}\right)\right)}\right)}{\left(t\left(i,n_i\right)-t\left(i-1,n_{i-1}\right)\right)} \tag{4}$$

gdzie:

$$0\ne\operatorname{sgn}\left(\sum_{j:t(i,j)\le t\left(i-1,n_{i-1}\right)}c(i,j)D\left(t(i,j)\right)\right)\ne\operatorname{sgn}\left(c\left(i,n_i\right)D\left(t\left(i-1,n_{i-1}\right)\right)\right)$$

Ekstrapolacja

Terminowe natychmiastowe stopy $f(1)$ oraz $f\left(s_k\right)$ ustalone na podstawie szeregu instrumentów składowych S_k można zastosować (ekstrapolować) także odpowiednio dla $t\in\left[t_0,t_{1,1}^k\right]$ oraz $t\in\left(t_{s_k,n_{s_k}}^k,\infty\right)$. Wówczas $D_{S_k^p}:\left(t_0,\infty\right]\to R$ oraz krzywa po ekstrapolacji przyjmuje wartości obliczone wg wzoru:

$$D_{S_k^p}^E(t)=e^{-f(1)\left(t-t_0\right)},\ t\in\left[t_0,t_{1,1}^k\right]$$

$$D_{S_k^p}^E(t)=D_{S_k^p}(t)D_{S_k^p}^E\left(t_{1,1}^k\right),\ t\in\left(t_{1,1}^k,t_{s_k,n_{s_k}}^k\right],$$

$$D_{S_k^p}^E(t)=D_{S_k^p}^E\left(t_{s_k,n_{s_k}}^k\right)e^{-f\left(s_k\right)\left(t-t_{s_k,n_{s_k}}^k\right)},\ t\in\left(t_{s_k,n_{s_k}}^k,\infty\right).$$

Krzywa dyskontowa na dzień wolny od pracy

Krzywe dyskontowe stworzone wg algorytmu zaprezentowanego w poprzednich rozdziałach są – ze względów praktycznych – tworzone na podstawie zestawu najbardziej aktualnych cen rynkowych. W przypadku zawierania transakcji są to ceny z ostatniego odświeżenia (*tick*) w serwisach informacyjnych, co oznacza regenerację krzywych w czasie rzeczywistym. Na potrzeby tworzenia raportów wystarczy wyznaczenie krzywej raz dziennie, na podstawie np. cen zamknięcia lub – lepiej, w celu uniknięcia niespójności danych pochodzących z rynków o różnych czasach zamknięcia – cen zarejestrowanych o danej, z góry ustalonej godzinie. Często potrzebne jest stworzenie krzywej na dzień, w którym aktualne ceny nie są dostępne, np. należy opracować raport na ostatni dzień miesiąca, który jest wolny od pracy. W tej sytuacji możemy stworzyć krzywe korzystając z dodatkowych założeń. Najbardziej atrakcyjne wydają się dwie możliwości.

Pierwsza to założenie, że ceny instrumentów nie zmieniły się od ostatniego dnia roboczego. Podejście takie powoduje jednak dylemat – czy przez pojęcie ceny należy rozumieć rentowność, czy koszt zakupu. W jaki sposób traktować przepływy pieniężne instrumentów, które nastąpiły po zarejestrowaniu ceny (czyli miały na nią wpływ), ale przed terminem ponownego tworzenia krzywej? Z powodu tych trudności prościej przyjąć alternatywne założenie.

Załóżmy mianowicie, że natychmiastowe stopy terminowe się nie zmieniły. Wówczas możemy porzucić zainteresowane instrumentami, które posłużyły do wyznaczenia krzywej, a do wyznaczenia nowej konieczna jest tylko „stara” krzywa, z ostatniego dnia roboczego. W tym przypadku, wartości czynników dyskontowych na dzień wolny od pracy (tj. taki, dla którego nie ma cen potrzebnych do zbudowania krzywej) oblicza się wg wzoru:

$$D^W_{S^p_k}(t) = \frac{D^E_{S^p_k}(t)}{D^E_{S^p_k}(t_w)},\ t \geq t_w,$$

gdzie:

t_w – termin dnia wolnego od pracy,

$D^E_{S^p_k}(t)$ – krzywa czynników dyskontowych stworzona w ostatni dzień roboczy poprzedzający t_w.

Wnioski i komentarze

Krzywa stóp zerokuponowych dana jest wzorem:

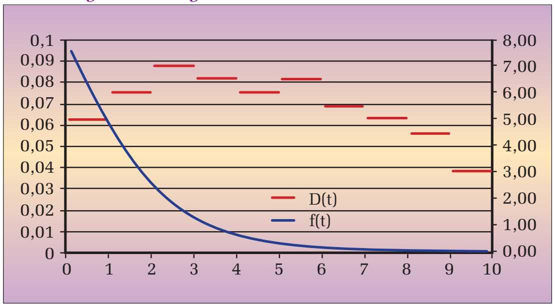
$Z(t) = -\dfrac{\ln\left(D^E(t)\right)}{t - t_0}$, a w dniu wolnym od pracy

$$Z^W(t) = -\frac{\ln\left(D^W(t)\right)}{t - t_0}$$

Ceny $c^k_{i,j}$ w ramach jednego szeregu instrumentów składowych S_k powinny mieć jednolity charakter, tj. dotyczyć tej samej strony transakcji (*bid* lub *ask*) lub ich pochodnej (np. *mid*). Na potrzeby wyceny instrumentów finansowych tworzy się dwie krzywe (*bid* i *ask*) dla każdej klasy instrumentów finansowych oraz stosuje się stosownie do strony wycenianej transakcji.

Funkcja $f(t)$ natychmiastowych stóp terminowych nie jest ciągła – jest serią odcinków (wykres), dzięki czemu można ją przechowywać w postaci szeregu par $\left(t(i,n_i), f(i)\right),\ i = 1 \ldots s_k$, na podstawie którego łatwo można wyznaczyć czynniki dyskontowe ze wzoru (1).

Wykres 1 *Natychmiastowe stopy terminowe i czynniki dyskontowe*



Literatura

1. J.N. Webber (2000): *Interest Rate Modelling.* Chichester, Wiley.

2. S.G. Kellison (1991): *The Theory of Interest.* Irwin.

3. G.S. Questa (1999): *Fixed Income Analysis for the Global Financial Market.* New York Wiley.

4. W. Waluś: *Nota o interpolacji czynników dyskontowych.* „Rynek Terminowy” nr 11/2001.